Repère : **24DNBBCHGMATHS**

Collège Les Hauts Grillets – Saint-Germain-en-Laye

3^{e}	**Brevet blanc – Mathématiques**	**Lundi 4 mars 2024**

Durée : 2 heures *L'usage de la calculatrice est autorisé.*

Le sujet comporte six pages.
Les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans n'importe quel ordre.
Sauf précision du contraire, TOUTES les réponses doivent être justifiées.
Toute trace de recherche, même inaboutie, sera prise en compte dans l'évaluation.

Soin, présentation, orthographe, rédaction : 4 ***points*** *Note finale sur* ***100 points***

Exercice 1 : Les roches de la Ouaième **14 points**

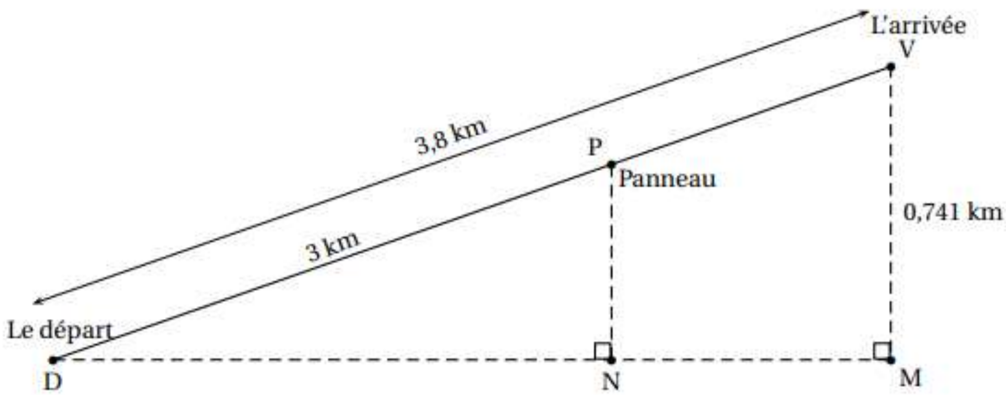
À quelques kilomètres au nord du village de Hienghène, se trouve une des plus belles randonnées de Nouvelle-Calédonie appelée « les roches de la Ouaième ». Le départ se situe au niveau de la mer près d'une plage de sable blanc. Le sentier grimpe le long d'un versant de montagne et atteint un point de vue imprenable sur le Mont Panié et le lagon.

Voici quelques informations pratiques sur cette randonnée :

Durée estimée (Aller simple) Distance (Aller simple)	2 h 30 min 3,8 km
Altitude	minimale : 0 m / maximale : 741 m

On considère que la pente de la montagne est rectiligne.

On a schématisé le parcours [DV] de la randonnée par la figure ci-dessous :



Fabienne s'est engagée sur ce parcours en partant du point D. Au bout de 2 heures, elle arrive au panneau P indiquant qu'elle a déjà parcouru 3 km.

1. Justifier que les droites (PN) et (VM) sont parallèles.

Les droites (PN) et (VM) sont toutes les deux perpendiculaires à la même droite (DM).

Or si deux droites sont perpendiculaires à la même droite alors elles sont parallèles.

Donc (PN) et (VM) sont parallèles.

2. Déterminer à quelle altitude PN se trouve Fabienne lorsqu'elle se situe au panneau P.

Les droites (PN) et (VM) sont parallèles et les droites (PV) et (NM) sont sécantes en D.

D'après le théorème de Thalès on a l'égalité suivante :

$$\frac{DP}{DV} = \frac{DN}{DM} = \frac{PN}{VM}$$

$$PN = \frac{DP \times VM}{DV} = \frac{3 \times 0{,}741}{3{,}8} = 0{,}585$$

Les points D, M et N sont à l'altitude 0 (niveau de la mer), Le point P est donc à l'altitude 0,585 km.

Fabienne est à l'altitude 585 m.

3. À quelle vitesse moyenne, en km/h, a-t-elle parcouru le trajet [DP] ?

Fabienne s'est engagée sur ce parcours en partant du point D. Au bout de 2 heures, elle arrive au panneau P indiquant qu'elle a déjà parcouru 3 km.

$$V = \frac{3}{2} = 1{,}5$$

$$\boxed{\mathrm{V} = 1{,}5\ \mathrm{km/h}}$$

4. A-t-elle dépassé cette durée ?

$$PV = DV - PV = 3{,}8 - 3 = 0{,}8\ km$$

Fabienne marche à une vitesse moyenne de 1,2 km/h

1,2 km	1h
0,8	x

$x = \frac{0{,}8 \times 1}{1{,}2} = \frac{2}{3}\ d'heure$ et $\frac{2}{3}\ d'heure = \frac{2}{3} \times 60 = 40\ min$

Fabienne aura mis 40 minutes pour finir le parcours.

$2\ h + 40\ min = 2\ h\ 40\ min$ et $2\ h\ 40\ min > 2\ \mathrm{h}\ 30\ \mathrm{min}$

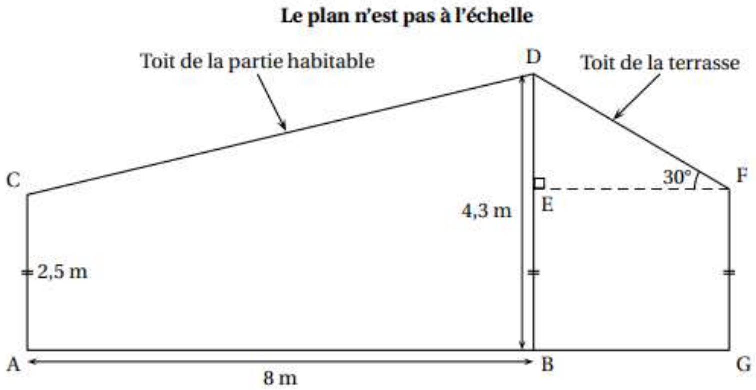
Fabienne a dépassé la durée estimée pour l'aller.

<u>Exercice 2</u> : QCM **20 points**

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
1	$H=(-1)^{2023}$	$H=-2023$	$H=+2023$	$\boldsymbol{H=-1}$	$H=+1$
2	$G=1-\frac{14}{6}:\frac{7}{2}$; G est égal à :	$-0{,}3333333333$	$+0{,}3333333333$	$-\frac{2}{6}$	$\boldsymbol{+\frac{2}{6}}$
3	$E=\frac{0{,}002\times 40\times 10^5\times 21}{14\times(10^{-2})^4\times 6}$ L'écriture scientifique de E est :	$\boldsymbol{2\times 10^{11}}$	2×10^{-5}	$0{,}00002$	$2{,}1\times 10^{-5}$
4	$F=\left(\frac{3}{8}-\frac{5}{3}\right):\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{6}\right)$	$F=-15{,}5$	$\boldsymbol{F=15{,}5}$	$F=-15$	$F=15$
5	La fraction réduite égale à $\frac{882}{1134}$ est :	$\frac{7}{27}$	$\boldsymbol{\frac{7}{9}}$	$\frac{49}{9}$	$\frac{49}{18}$
6	La forme développée de $(-3x+5)(x-2)$ est :	$-2x+3$	$-3x^2-x-10$	$-3x^2-10$	$\boldsymbol{-3x^2+11x-10}$
7	La forme développée de $(2x-3)(2x+3)$ est :	$\boldsymbol{4x^2-9}$	$2x^2+9$	$4x^2-12x+9$	$4x^2+12x+9$
8	La forme factorisée de $(x-3)(5x+2)-(x-3)(4x-8)$ est :	$(x-3)(9x-10)$	$(x-3)(9x+8)$	$\boldsymbol{(x-3)(x+10)}$	$(x-3)(x-6)$
9	-21 est solution de l'équation	$\frac{x}{-7}=\frac{1}{3}$	$-3x=\frac{1}{7}$	$\boldsymbol{\frac{x}{-3}=7}$	$-x=7\times(-3)$
10	L'équation $3x-5+2x=1-7x$ a pour solution	2	$\boldsymbol{\frac{1}{2}}$	-3	$x=-\frac{2}{6}$

Exercice 3 : Isolation **20 points**

Matthieu souhaite isoler la toiture de sa maison. Il compte utiliser de la laine de roche pour le toit de sa terrasse et de la ouate de cellulose pour le toit de la partie habitable. Pour savoir quelles quantités de matériaux acheter, il doit effectuer des calculs. Il a noté sur un plan de sa maison ci-dessous (vue de profil), toutes les mesures qu'il connait :



On donne : $AC = 2{,}5\,m$ $AB = 8\,m$ $BD = 4{,}3\,m$ $\widehat{EFD} = 30°$

Les points D, E, B ainsi que les points A, B, G sont alignés. De plus, $E \in [CF]$.

1. Justifier que DE = 1,8 m.

Par codage, on repère que $AC = BE = FG$

On a $DE = BD - BE = BD - AC = 4{,}3 - 2{,}5 = 1{,}8$ donc $\underline{DE = 1{,}8m}$

2. Montrer que la longueur DF du toit de la terrasse est égale à 3,6 m.

Dans le triangle DEF rectangle en E, d'après les formules de calcul de trigonométrie

$$sin(\hat{F}) = \frac{DE}{DF}$$

$$DF = \frac{DE}{sin(\hat{F})} = \frac{1{,}8}{sin(30)} = 3{,}6$$

<u>La longueur DF est bien de 3,6 m.</u>

3. Déterminer le nombre de rouleaux de laine de roche qu'il doit acheter pour le toit de sa terrasse.

Le toit de la terrasse est un rectangle de longueur 12 m et de largeur 3,6 m.

$$A_{toit\ terrasse} = 12 \times 3{,}6 = 43{,}2$$

$$\boxed{A_{toit\ terrasse} = 43{,}2\ m^2}$$

Un rouleau de laine de roche couvre 6 m^2.

Soit N le nombre de rouleaux de laine nécessaire à l'isolation du toit.

$$N = \frac{43{,}2}{6} = 7{,}2$$

<u>Mathieu devra donc acheter 8 rouleaux.</u>

4. Montrer que la longueur CD du toit de la partie habitable est égale à 8,2 m.

Dans le triangle CDE rectangle en E,

d'après le théorème de Pythagore :

$DC^2 = DE^2 + EC^2$

$DC^2 = 1{,}8^2 + 8^2 = 67{,}24$

Or DC est une longueur, on recherche donc une valeur positive.

$DC = \sqrt{67{,}24} = 8{,}2$

donc la longueur du toit de la partie habitable est bien de 8,2 m.

5. Déterminer la masse, en kg, de ouate qu'il doit acheter pour le toit de la partie habitable.

Le toit de la partie habitable est un rectangle de longueur 12 m et de largeur 8,2 m.

$A_{toit\ habitable} = 12 \times 8{,}2 = 98{,}4$

$\boxed{A_{toit\ habitable} = 98{,}4\ m^2}$

Matthieu souhaite installer de la ouate de cellulose sur une épaisseur de $10\ cm$.

Un rouleau de laine de roche couvre $6\ m^2$.

On sait que $10cm = 0{,}1m$

$V_{ouate} = 98{,}4 \times 0{,}1 = 9{,}84$

$V_{ouate} = 9{,}84\ m^3$

La densité de la ouate de cellulose est de 40 kg/m^3.

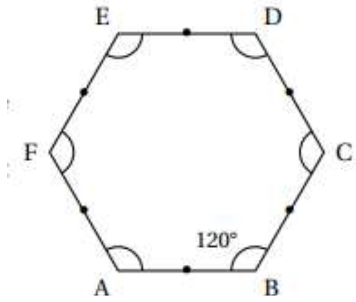
$M_{ouate} = 9{,}84 \times 40$

$M_{ouate} = 393{,}6\ kg$

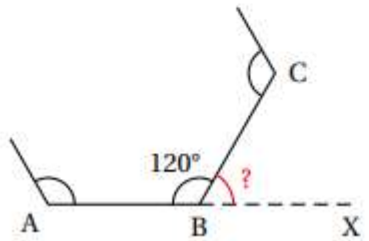
Mathieu devra donc acheter $393{,}6\ kg$ de ouate pour le toit de la partie habitable.

Exercice 4 : Hexagone régulier **16 points**

Un hexagone régulier est un polygone à 6 côtés de même longueur et dont tous les angles mesurent 120°. Les hexagones réguliers se retrouvent fréquemment dans la nature, notamment dans les ruches d'abeilles.



1. a. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{XBC}$ dans la figure ci-dessous. :



Les points A, B et X sont alignés.

Les points A, B et X sont alignés, par conséquent $\widehat{ABX} = 180°$.

$\widehat{XBC} = \widehat{ABX} - \widehat{ABC} = 180 - 120 = 60$

$\boxed{\widehat{XBC} = 60°}$

b. Sur l'annexe, compléter les deux informations manquantes du bloc Hexagone pour qu'il trace un hexagone régulier.

2.

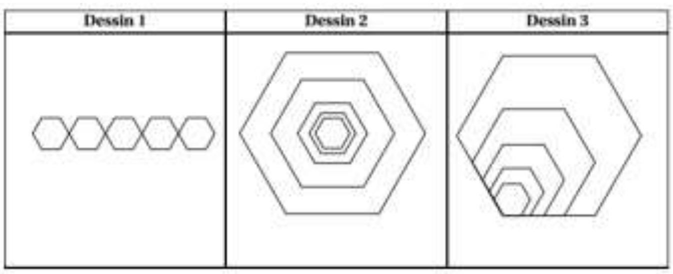
a. Ce script trace 5 hexagones réguliers.

b. La longueur des côtés du 1er hexagone régulier tracé est 32 unités.

c. $32 \times 1{,}5 = 48$

La longueur des côtés du 2e hexagone régulier tracé est 48 unités.

d. Parmi les dessins ci-dessous, le dessin 3 correspond à ce script.



Exercice 5 : Une piscine propose deux tarifs d'entrée pour l'année 2024. **26 points**

Partie 1.

Tarif A : 5,90 € l'entrée.

Tarif B : 4,40 € l'entrée avec une carte d'abonnement de 30 € valable toute l'année.

a. Quel est le prix total pour 10 entrées avec le tarif A ?

$P_A = 5{,}9 \times 10 = 59$. Le prix pour 10 entrées avec le tarif A est de 59€.

b. Quel est le prix total pour 10 entrées avec le tarif B ?

$P_B = 4{,}4 \times 10 + 30 = 74$. Le prix pour 10 entrées avec le tarif B est de 74€.

c. On note f et g les fonctions qui modélisent les prix, en euro, respectivement du tarif A et du tarif B en fonction du nombre x d'entrées.

$\boxed{f(x) = 5{,}9x}$ et $\boxed{g(x) = 4{,}4x + 30}$

d. Résoudre l'équation : $\mathbf{5,90x = 4,40x + 30}$.

$5{,}90x = 4{,}40x + 30$

$5{,}90x - 4{,}40x = 30$

$1{,}5x = 30$

$x = \frac{30}{1{,}5}$

$x = 20$

La solution est 20.

Quel est le nombre d'entrées pour lequel les tarifs A et B donnent le même prix à payer ?

D'après la résolution de l'équation, on peut en déduire que les tarifs A et B donnent le même prix pour 20 entrées.

Partie 2.

On relève le nombre d'entrées par mois durant une année.

Mois	Janv.	Fév.	Mars	Avril	Mai	Juin	Juillet	Août	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.
Nombre d'entrées	12 500	13 700	10 400	13 600	12 300	11 700	10 400	11 600	10 200	13 800	12 600	11 800

a. Calculer le nombre moyen d'entrées par mois.

$$Moyenne = \frac{12\,500 + 13\,700 + \cdots + 12\,600 + 11\,800}{12} = \frac{144\,600}{12} = 12\,050$$

$\boxed{Moyenne = 12\,050}$

b. Calculer l'étendue du nombre d'entrées par mois.

$e = 13\,800 - 10\,200 = 3\,600$

$\boxed{e = 3\,600}$

c. Déterminer la valeur médiane du nombre d'entrées.

L'effectif total est de 12 valeurs.

$12 : 2 = 6$; on recherche la 6e et la 7e valeur de la série ordonnée.

10 200 - 10 400 – 10 400 – 11 600 - 11 700 – 11 800 - 12 300 - 12 500 – 12 600 – 13 600 - 13 700 – 13 800

La médiane est tout nombre compris entre 11 800 et 12 300, par exemple :

$$Médiane = \frac{11\,800 + 12\,300}{2} = 12\,050$$

$\boxed{Médiane = 12\,050}$

Partie 3

La piscine a la forme d'un pavé droit de longueur 50 m, de largeur 25 m et de profondeur 3 m. En admettant qu'elle soit entièrement remplie, déterminer, en m^3, le volume d'eau qui sera évacué pour réaliser la vidange.

$V = 50 \times 25 \times 3 = 3\,750$. Le volume d'eau évacué sera de 3 750 m^3.