Numéro de candidat-e : ....

Collège des Hauts Grillets – Saint-Germain-en-Laye

3e	Brevet blanc - Mathématiques	Mardi 3 février 2015

Durée : 2 heures *L'usage de la calculatrice est autorisé.*

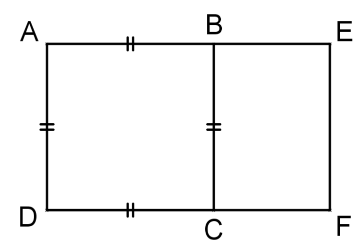
Le sujet comporte quatre pages. Il est à rendre avec la copie.
Les sept exercices sont indépendants et peuvent être traités dans n'importe quel ordre.
Sauf précision du contraire, TOUTES les réponses doivent être justifiées.
Toute trace de recherche, même inaboutie, sera prise en compte dans l'évaluation.

*Soin, présentation, orthographe, rédaction : **4 points*** *Note finale sur **40 points***

Exercice 1 ***(3 points)***

Pour chacune des questions suivantes, plusieurs propositions de réponse sont faites. Une seule des propositions est exacte. Pour chaque question, donner la bonne réponse en justifiant.

1. Une école de musique organise un concert de fin d'année. Lors de cette manifestation la recette s'élève à 1 300 €. Dans le public il y a 100 adultes et 50 enfants. Le tarif enfant coûte 4 € de moins que le tarif adulte. Quel est le tarif enfant ?
a. 10 € **b.** 8 € **c.** 6 €



2. Une unité est donnée. On considère la figure ci-contre où AEFD est un rectangle avec $AB = \sqrt{15} - 1$ et BE = 2.
Quelle est l'aire du rectangle AEFD ?

a. $2\sqrt{15} - 2$ **b.** 29 **c.** 14 **d.** $4\sqrt{15}$

Exercice 2 ***(2,5 points)***

On peut lire au sujet d'un médicament : « Chez les enfants (12 mois à 17 ans), la posologie doit être établie en fonction de la surface corporelle du patient [voir formule de Mosteller]. Une dose de charge unique de 70 mg par mètre carré (sans dépasser 70 mg par jour) devra être administrée. »

Pour calculer la surface corporelle en m² on utilise la formule suivante :

Formule de Mosteller : $\text{Surface corporelle en m}^2 = \sqrt{\dfrac{\text{taille (en cm)} \times \text{masse (en kg)}}{3\,600}}$

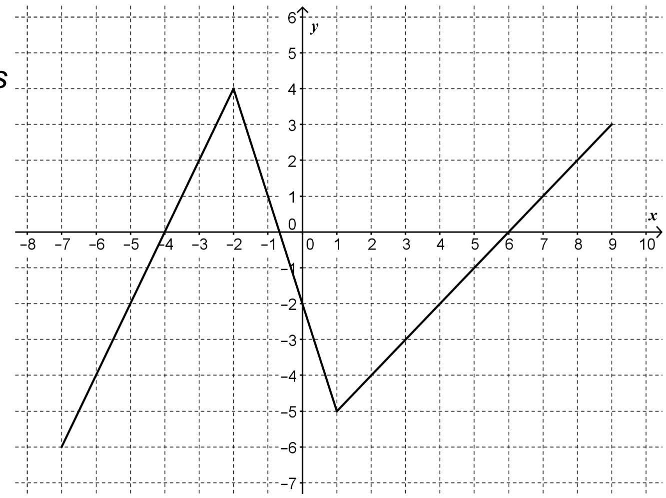
On considère les informations ci-dessous :

Patient-e	Âge	Taille (en m)	Masse (en kg)	Dose administrée
Gisèle	5 ans	1,05	18	50 mg
Stéphane	15 ans	1,5	50	100 mg

1. La posologie a-t-elle été respectée pour Stéphane ?
2. Vérifier que la surface corporelle de Gisèle est environ de 0,72 m².
3. La posologie a-t-elle été respectée pour Gisèle ?

Exercice 3 ***(6,5 points)***

Dans cet exercice, toutes les justifications seront mises en évidence sur le graphique, et les réponses seront écrites sur cette feuille.



On donne ci-contre la représentation graphique d'une fonction f définie pour x compris entre − 7 (inclus) et 9 (inclus).

1. Compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

x			1	3
$f(x)$	− 6	4		

2. a. Placer le point A de coordonnées (2 ; − 3).

b. Le point A appartient-il à la représentation graphique de f ? ....

3. Compléter les phrases suivantes

N.B. *Si plusieurs réponses sont possibles en* **a.** *et* **b.** *, les donner toutes.*

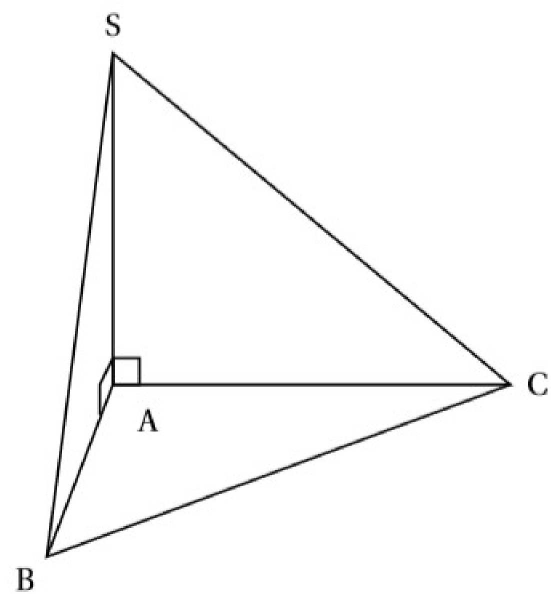
a. Par la fonction f, le nombre − 4 semble avoir pour image(s) ....

b. Par la fonction f, le nombre − 2 semble avoir pour antécédent(s) ....

c. Par la fonction f, le nombre .... n'a pas d'antécédent.

Exercice 4 ***(9 points)***

Sophie veut installer une étagère dans un coin de sa chambre. Ne trouvant pas ce qui lui convient en magasin, elle décide d'en bricoler une elle-même. Elle réalise le schéma ci-contre.



SABC est une pyramide de base triangulaire ABC telle que :
AB = 20 cm; AC = 48 cm; BC = 52 cm.
La hauteur SA de cette pyramide est 30 cm.

Elle assemblera les trois triangles en bois SAB, SAC et ABC.

N.B. *Dans cet exercice, on néglige l'épaisseur des éléments matériels.*

1. a. Montrer que le triangle ABC est un triangle rectangle.

b. Calculer une mesure de chacun de ses angles aigus (on arrondira au degré).

2. Pour accrocher quelques photographies, Sophie tend une ficelle entre deux points M et N tels que $M \in [SB]$; SM = 12 cm ; $N \in [SC]$; SN = 19 cm. Il lui semble alors que la ficelle est « parallèle » à (BC).

a. Pour vérifier cette impression, Sophie commence par effectuer quelques calculs et obtient : $SB = 10\sqrt{13}$ cm et $SC = 6\sqrt{89}$ cm .
Quel théorème de géométrie a-t-elle utilisé pour obtenir ces résultats? Dans quel(s) triangle(s) ?
N.B. *On ne demande pas d'effectuer les calculs.*

b. Les droites (MN) et (BC) sont-elles parallèles ?

Exercice 5 ***(4,5 points)*** On donne $A = \sqrt{2} \times \sqrt{32}$; $B = \sqrt{64 + 36}$; $C = \sqrt{2{,}25} \times 6$;
$D = -2\sqrt{63} + 4\sqrt{28}$; $E = (3 - \sqrt{5})^2 + (3 + \sqrt{5})^2$

1. Calculer la valeur exacte de chaque expression en détaillant les calculs.
2. Tous les nombres sont entiers sauf un ; lequel ?

Exercice 6 ***(5 points)*** Jean pense qu'en multipliant deux nombres impairs consécutifs (c'est-à-dire qui se suivent) et en ajoutant 1, le résultat obtenu est toujours un multiple de 4.

1. Étude d'un exemple.

5 et 7 sont deux nombres impairs consécutifs.

a. Calculer $5 \times 7 + 1$

b. Jean a-t-il raison pour cet exemple ?

2. Étude tableur. Le tableau ci-dessous montre le travail qu'il a réalisé dans une feuille de calcul.

	A	B	C	D	E
1		Nombre impair	Nombre impair suivant	Produit des 2 nombres	Résultat obtenu
2	x	$2x + 1$	$2x + 3$	$(2x + 1)(2x + 3)$	$(2x + 1)(2x + 3) + 1$
3	0	1	3	3	4
4	1	3	5	15	16
5	2	5	7	35	36
6	3	7	9	63	64
7	4	9	11	99	100
8	5	11	13	143	144
9	6	13	15	195	196
10	7	15	17	255	256
11	8	17	19	323	324
12	9	19	21	399	400

a. D'après ce tableau, quel résultat obtient-on en prenant comme premier nombre impair 17 ?

b. Montrer que cet entier est un multiple de 4.

c. Parmi les quatre formules de calcul tableur suivantes, deux formules ont pu être saisies dans la cellule D3 ; lesquelles ? *Pour cette question, aucune justification n'est attendue*.

Formule 1 : = (2*A3+1)*(2*A3+3) Formule 2 : = (2*B3+1)*(2*C3+3)

Formule 3 : = B3*C3 Formule 4 : = (2*D3+1)*(2*D3+3)

3. Étude algébrique

a. Développer et réduire l'expression $(2x + 1)(2x + 3) + 1$.

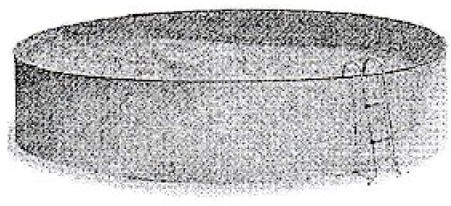
b. Montrer que Jean avait raison: le résultat obtenu est toujours un multiple de 4.

Exercice 7 ***(5,5 points)***

Une famille de quatre personnes hésite entre deux modèles de piscine. Elle regroupe des informations afin de prendre sa décision.

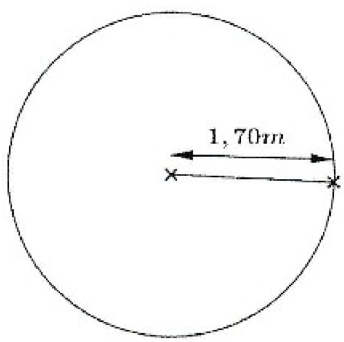
Information 1 : Les deux modèles de piscine

La piscine « ronde »

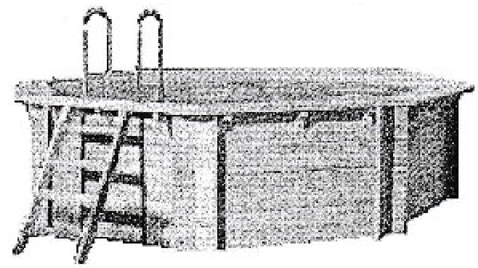


Hauteur intérieure : 1,20 m

Vue du dessus : un disque de rayon 1,70 m

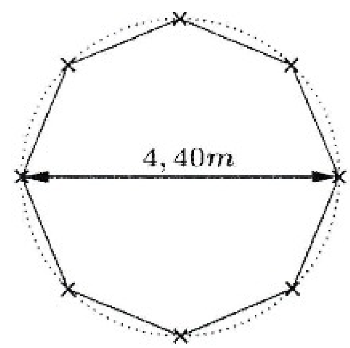


La piscine « octogonale »



Hauteur intérieure : 1,20 m

Vue du dessus : un octogone régulier de diamètre extérieur 4,40 m



Information 2 : La construction d'une piscine de surface au sol de moins de 10 m² ne nécessite aucune démarche administrative.

Information 4 :
Aire d'un octogone régulier : $A_{octogone} = 2\sqrt{2} \times R^2$ où R est le rayon du disque circonscrit à l'octogone.

Aire d'un disque de rayon R : $A_{disque} = \pi \times R^2$

Volume d'un prisme droit :
$$V_{prisme} = Aire\ de\ la\ base \times hauteur$$

Information 3 : Surface minimale conseillée par baigneur ou baigneuse : 3, 40 m²

Information 5 : Débit du robinet de remplissage : 12 litres d'eau par minute

1. Chacun des modèles proposés impose-t-il des démarches administratives ?

2. Les quatre membres de la famille veulent se baigner en même temps.
Expliquer pourquoi la famille doit dans ce cas choisir la piscine « octogonale ».

3. On commence le remplissage de cette piscine « octogonale » le vendredi à 14 h 00 et on laisse couler l'eau pendant la nuit, jusqu'au samedi matin à 10 h 00.
Si la piscine déborde, combien de litres d'eau sont-ils perdus ?
Si la piscine ne déborde pas, à quelle hauteur du bord s'élève le niveau de l'eau ?